

Obwody liniowe

Liniowy obwód elektryczny jest to obwód zbudowany wyłącznie z elementów liniowych.

Dla obwodów prądu stałego są to: SEM, SPM, rezystory.

Przedmiotem zainteresowania są dwa zagadnienia:

Analiza obwodów elektrycznych, czyli wyznaczenie prądów i napięć w elementach (lub części obwodu), na podstawie znanej struktury obwodu i wartości opisujących wszystkie elementy.

Synteza obwodów elektrycznych, która może polegać na dobraniu struktury obwodu lub dobraniu elementów obwodu (części lub wszystkich) tak, aby otrzymany obwód spełniał założone kryteria (np. prąd, napięcie, moc w określonym elemencie lub części obwodu).

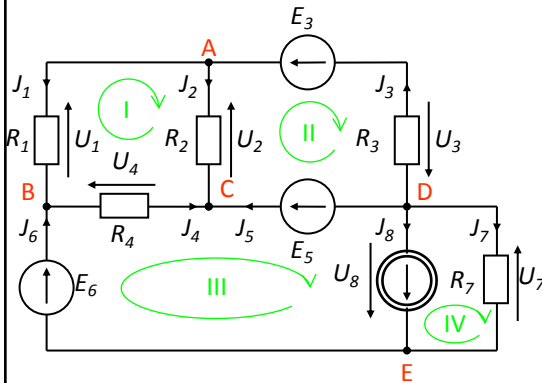
Analiza obwodów złożonych

Metoda praw Kirchhoffa

Dany jest obwód o b gałęziach i n węzłach. W celu napisania niezależnych równań należy wykonać następujące czynności:

- zaznaczyć prądy płynące w gałęziach obwodu ($J_1, \dots, J_b$), przyjmując dowolne kierunki,
- dla każdego elementu pasywnego zaznaczyć strzałkę spadku napięcia (strzałkowanie odbiornikowe!) oraz zaznaczyć napięcia na elementach aktywnych,
- zapisać równania prądowe dla $n-1$ węzłów obwodu,
- zapisać równania napięciowe dla $b-n+1$ niezależnych oczek obwodu,
- spadki napięć na rezystorach zapisać z zależności Ohma,
- rozwiązać **układ b równań**.

Przykład 1



$$b=8, \quad n=5 \Rightarrow n-1=4,$$

$$b-n+1=4$$

Równania dla węzłów:

$$A: -J_1 - J_2 + J_3 = 0$$

$$B: J_1 - J_4 + J_6 = 0$$

$$C: J_2 + J_4 + J_5 = 0$$

$$D: -J_3 - J_5 - J_7 - J_8 = 0$$

Równania dla oczek:

$$I: R_1 J_1 - R_2 J_2 + R_4 J_4 = 0$$

$$II: R_2 J_2 - E_3 + R_3 J_3 + E_5 = 0$$

$$III: E_6 - R_4 J_4 - E_5 + U_8 = 0$$

$$IV: -U_8 - R_7 J_7 = 0$$

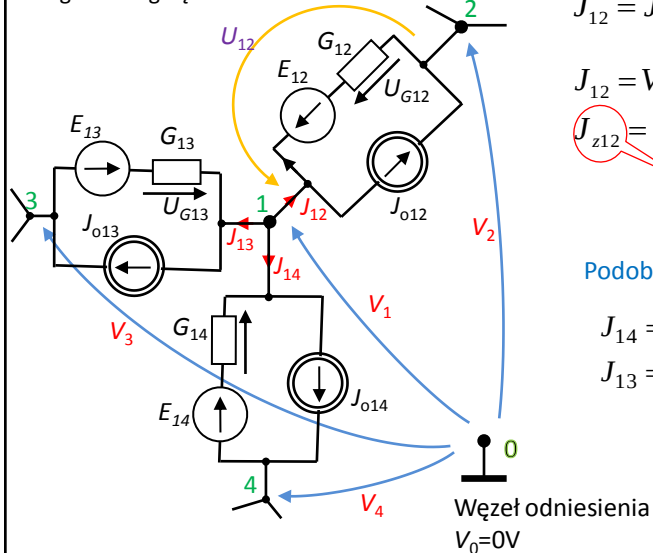
W sumie jest 8 równań i 8 niewiadomych:

$J_1, \dots, J_7, U_8$

Analiza obwodów złożonych

Metoda potencjałów węzłowych

Uogólnioną gałąź obwodu :



$$U_{G12} = U_{12} - E_{12} = V_1 - V_2 - E_{12}$$

$$J_{12} = J_{o12} + (V_1 - V_2 - E_{12})G_{12}$$

$$J_{12} = V_1 G_{12} - V_2 G_{12} + J_{z12}$$

$$J_{z12} = J_{o12} - E_{12} G_{12}$$

zastępcza SPM gałęzi 12

Podobnie można wyznaczyć :

$$J_{14} = V_1 G_{14} - V_4 G_{14} + J_{z14}$$

$$J_{13} = V_1 G_{13} - V_3 G_{13} + J_{z13}$$

Zgodnie z prądowym prawem Kirchhoffa dla węzła „1”: $J_{12} + J_{13} + J_{14} = 0$

$$V_1 G_{12} - V_2 G_{12} + J_{z12} + V_1 G_{13} - V_3 G_{13} + J_{z13} + V_1 G_{14} - V_4 G_{14} + J_{z14} = 0$$

$$V_1 (G_{12} + G_{13} + G_{14}) - V_2 G_{12} - V_3 G_{13} - V_4 G_{14} =$$

$$= -J_{012} + E_{12} G_{12} - J_{013} + E_{13} G_{13} - J_{014} + E_{14} G_{14}$$

Ogólne równanie potencjałów węzłowych dla węzła i -tego:

$$V_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} G_{ij} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} V_j G_{ij} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} J_{zij}, \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$V_i G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} V_j G_{ij} = J_{zi}$$

G_{ii} suma przewodności gałęzi połączonych z i -tym węzłem

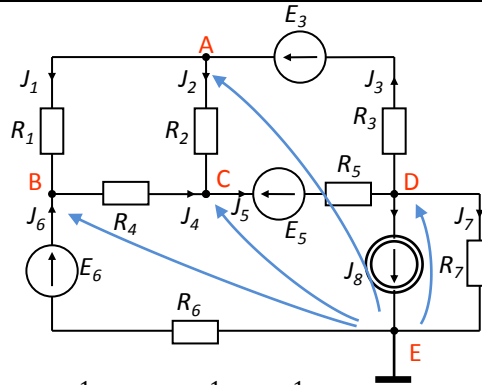
$G_{ij}=G_{ji}$ przewodność gałęzi włączonych pomiędzy węzły i oraz j

J_{zi} suma zastępczych SPM wszystkich gałęzi połączonych z węzłem i

Znak zastępczej SPM gałęzi:

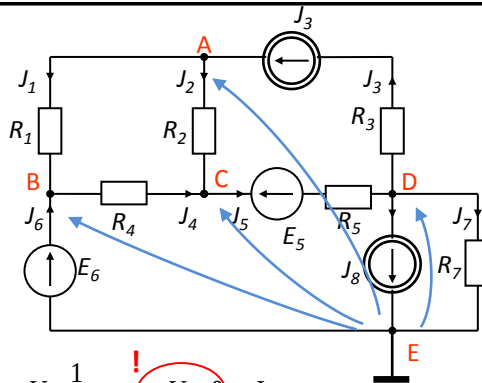
„+” jeśli strzałka źródła napięciowego/prądowego jest skierowana do węzła i ,
 „-” w przeciwnym przypadku.

Przykład 2



$$\begin{aligned}
 V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_B \frac{1}{R_1} - V_C \frac{1}{R_2} - V_D \frac{1}{R_3} &= E_3 \frac{1}{R_3} \\
 V_B \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - V_A \frac{1}{R_1} - V_C \frac{1}{R_4} &= E_6 \frac{1}{R_6} \\
 V_C \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - V_A \frac{1}{R_2} - V_B \frac{1}{R_4} - V_D \frac{1}{R_5} &= E_5 \frac{1}{R_5} \\
 V_D \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_5} \right) - V_A \frac{1}{R_3} - V_C \frac{1}{R_5} &= -E_5 \frac{1}{R_5} - E_3 \frac{1}{R_3} - J_8
 \end{aligned}$$

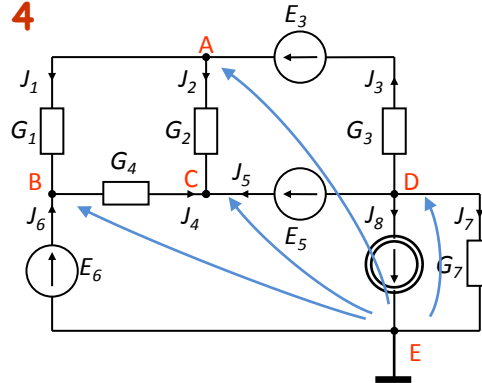
Przykład 3



Brak R_3 !

$$\begin{aligned}
 V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - V_B \frac{1}{R_1} - V_C \frac{1}{R_2} & \quad \text{!} \quad -V_D \cdot 0 = J_3 \\
 V_C \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - V_A \frac{1}{R_2} - V_B \frac{1}{R_4} - V_D \frac{1}{R_5} &= E_5 \frac{1}{R_5} \\
 V_D \left(\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_5} \right) \quad \text{!} \quad -V_A \cdot 0 - V_C \frac{1}{R_5} &= -E_5 \frac{1}{R_5} - J_3 - J_8 \\
 & \quad V_B = E_6
 \end{aligned}$$

Mamy 3 niewiadome: V_A , V_C , V_D i 3 równania.

Przykład 4

$$\begin{array}{lcl}
 A: & V_A(G_1 + G_2 + G_3) - V_B G_1 - V_C G_2 - V_D G_3 & = E_3 G_3 \\
 B: & V_B & = E_6 \\
 C: & -V_A G_2 - V_B G_4 + V_C(G_2 + G_4) & = J_5 \\
 D: & -V_A G_3 + V_D(G_3 + G_7) & = -J_5 - J_7 - E_3 G_3 \\
 & V_C - V_D & = E_5
 \end{array}$$

Mamy 4 niewiadome: V_A , V_C , V_D , J_5 oraz 3 równania A, C, D !

Dodatkowe równanie stanowi znana różnica potencjałów V_C i V_D

Do zapamiętania !

Jeśli gałąź zawiera SPM połączone szeregowo z rezystorem, to przewodność tej gałęzi jest równa 0.

Jeśli gałąź zawiera samą SEM, to preferowany jest wybór jednego z węzłów tej gałęzi na węzeł odniesienia.

Jeśli gałąź zawiera samą SEM i nie można przyjąć jednego z węzłów tej gałęzi na węzeł odniesienia, to zastępujemy tę gałąź nieznaną SPM J_z , na której znany jest spadek napięcia (dodatkowa niewiadoma i dodatkowe równanie do układu równań).